

제 11 장

정상상태 응답

1. 목적

RC, RL, RLC회로에 정현파 입력이 인가될 때 정상상태 응답을 관찰하고 회로의 임피던스 크기와 입력전압과 회로 전류의 위상차를 측정한다.

2. 사용기기 및 부품

사용기기	부 품
오실로스코프 1대	저항(1/4W) : 각 1개
디지털 멀티미터 1대	1KΩ, 2.2KΩ, 10KΩ
함수발생기 1대	캐패시터 : 각 1개
가변인덕터 1대	0.01 μF, 0.02 μF

3. 이론

3.1 직렬 RC 회로

그림 11-1의 직렬 RC회로에 흐르는 전류는 아래 식에서 구할 수 있다.

$$R i + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt = V_m \cos \omega t \quad (11.1)$$

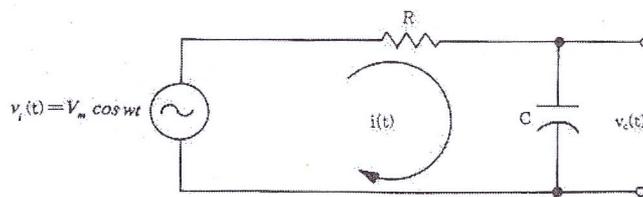


그림 11-1 RC 회로

식 (11.1)의 해는 정상상태에서 아래와 같이 주어진다.

$$i(t) = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}} \cos\left(\omega t + \tan^{-1}\left(\frac{1}{\omega CR}\right)\right) \quad (11.2)$$

$$v_c(t) = \frac{V_m}{\sqrt{\omega^2 R^2 C^2 + 1}} \cos\left(\omega t + \tan^{-1}\left(\frac{1}{\omega CR}\right) - \frac{\pi}{2}\right) \quad (11.3)$$

직렬 RC회로의 임피던스 Z_C 는 다음과 같다.

$$Z_C = R + \frac{1}{j\omega C} = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} \angle \theta, \quad \theta = -\tan^{-1} \frac{1}{\omega RC} \quad (11.4)$$

회로에 흐르는 전류와 캐패시터 양단의 전압은 입력과 동일한 주파수를 가지지만 진폭과 위상은 회로 요소와 주파수에 따라 변한다. 입력전압, 전류 및 캐패시터 양단의 전압 파형이 그림 11-2에 나타나 있다.

그림 11-2 입력 전압과 전류의 위상차

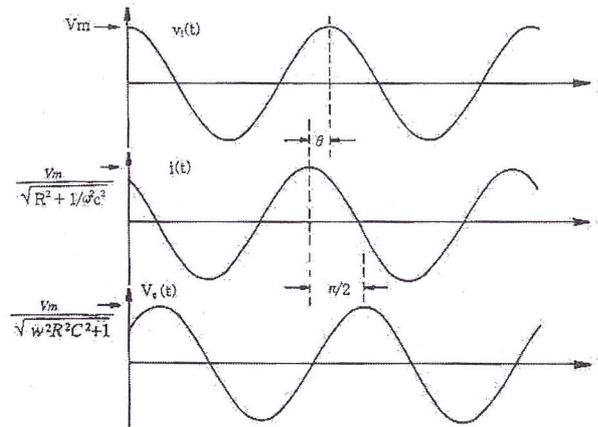


그림 11-2에 나타난대로 전류가 입력 전압보다 위상이 $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\omega CR}\right)$

만큼 앞서고 캐패시터 전압은 입력전압과 전류보다 늦다. 저항양단의 전압은 전류에 비례하며 캐패시터 전압은 저항양단 전압보다 위상이 90° 늦다.

3.2. 직렬 RL 회로

그림 11-3과 같이 정현파 입력 전압이 주어지는 직렬 RL 회로의 전류는 아래 미분 방정식의 해를 구하여 얻을 수 있다.

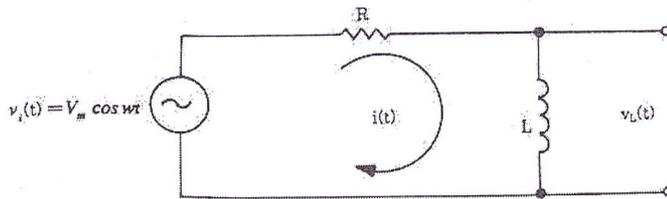
$$Ri + L \frac{di}{dt} = V_m \cos \omega t \quad (11.5)$$

식 (11-5)에 주어진 미분방정식의 정상상태 해는 다음과 같다.

$$i(t) = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cos \left(\omega t - \tan^{-1} \left(\frac{\omega L}{R} \right) \right) \quad (11.6)$$

$$v_L(t) = L \frac{di}{dt} = \frac{V_m}{\sqrt{\frac{R^2}{\omega^2 L^2} + 1}} \cos \left(\omega t - \tan^{-1} \left(\frac{\omega L}{R} \right) + \frac{\pi}{2} \right) \quad (11.7)$$

그림 11-3 RL 회로



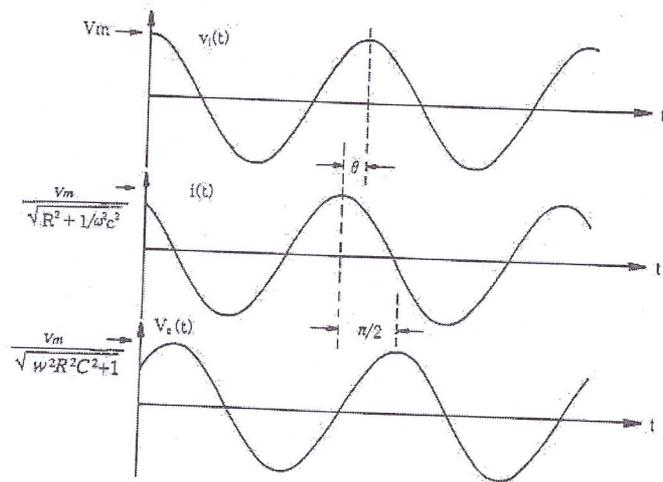
직렬 RC회로와 마찬가지로 직렬 RL회로에서도 전류 및 인덕터 전압은 정현파이다. 입력전압, 전류 및 인덕터 전압의 파형이 그림 11-4에 나타나 있다. RL 회로의 전류는 입력 전압보다 위상이 $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\omega L}{R} \right)$ 늦다. 인덕터 전압은 항

상 입력 전압보다 앞서고 회로 전류보다는 위상이 90° 만큼 앞선다.

직렬 RL 회로의 임피던스는 아래와 같이 주어진다.

$$Z_L = R + j\omega L = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} \angle \theta, \quad \theta = \tan^{-1} \frac{\omega L}{R} \quad (11.8)$$

그림 11-4 RL 회로에서 전류와 전압의 위상차



3.3. 직렬 RLC 회로

그림 11-5 직렬 RLC 회로

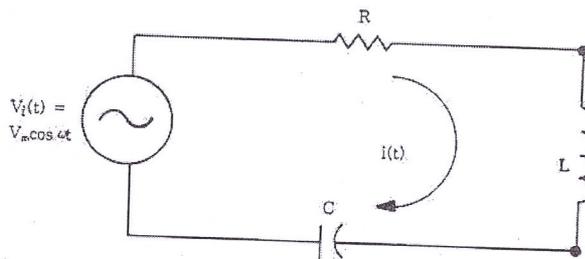


그림 11-5의 직렬 RLC 회로에서 정현파 입력에 의한 정현파 전류는 아래의 미분 방정식을 풀면 구할 수 있다.

$$Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt = V_m \cos \omega t \quad (11.9)$$

식 (11.9)의 정상상태 해는 아래와 같다.

$$i(t) = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \cos \left(\omega t - \tan^{-1} \left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \right) \right) \quad (11.10)$$

직렬 RLC회로의 임피던스는 아래와 같이 주어진다.

$$Z = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \angle \theta$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}\right), \quad -\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2} \quad (11.11)$$

비록 직렬 RLC회로에 흐르는 전류도 정현파이지만 일반적인 파형은 RC나 RL회로와 같이 그림으로 나타낼 수 없다. 전류는 ωL 이 $\frac{1}{\omega C}$ 보다 크고 작음에 따라 입력 전압보다 앞서거나 혹은 늦을 수 있다. 물론 캐패시터 양단 전압은 항상 전류보다 90° 만큼 늦다.

4 예비보고서

실험 11-A 직렬 RC회로

그림 11-6의 실험회로에서 $R=10K\Omega$; $R_c=1K\Omega$ $C=0.01\mu F$ 일때

- (1) 식 (11.2)을 사용하여 $i(t)$ 을 구하라.
- (2) 식 (11.3)를 사용하여 $v_c(t)$ 를 구하라.
- (3) $v(t)=9\cos\omega t$ 를 기준으로하여 V_R , V_c , V 을 페이저로 나타내어라.
- (4) 임피던스의 크기 $|Z_C|$ 를 계산하여라.

실험 11-B 직렬 RL회로

그림 11-7의 실험회로에서 $R=2.2K\Omega$; $R_c=1K\Omega$ $L=240mH$ 일때

- (1) 식 (11.6)을 사용하여 $i(t)$ 을 구하라.
- (2) 식 (11.7)를 사용하여 $v_L(t)$ 을 구하라.
- (3) $v(t)=9\cos\omega t$ 를 기준으로하여 V_R , V_L , V 을 페이저로 나타내어라.
- (4) 임피던스의 크기 $|Z_L|$ 를 계산하여라.

실험 11-C 직렬 RLC회로

그림 11-8의 실험회로에서 $R=10K\Omega$; $R_c=1K\Omega$ $L=240mH$ $C=0.02\mu F$ 일때

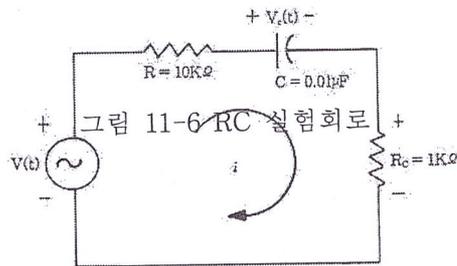
- (1) 식 (11.10)을 이용하여 인가전압과 회로전류의 위상차 θ 를 구하여라.
- (2) 임피던스의 크기 $|Z|$ 를 구하여라.
- (3) 임피던스가 순저항과 같아지는 주파수를 구하여라.

5 실험 및 결과

실험 11-A RC 회로

실험제목	실험 11-A RC 회로	검인 및 평가
실험일자	년 월 일 ()	

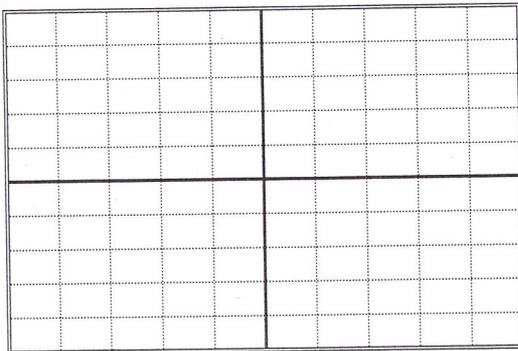
- (1) 그림 11-6의 RC회로를 완성하고 주파수 2000Hz, 최대치가 9V인 정현파 입력을 인가하여라. 입력 전압을 오실로스코프 CH1에 입력하고 샘플링저항 R_c 양단전압을 CH2에 연결하여라.



- (2) 샘플링저항 R_c 양단전압으로부터 전류의 최대치를 구하여라.

전류 최대치: () mA

- (3) 입력 전압과 전류 사이의 위상차를 리샤쥬 도형을 이용하여 측정하여라.



CH1 _____ V/DIV
 CH2 _____ V/DIV
 _____ SEC/DIV

위상차 = ()°

(4) $v(t)$ 와 $i(t)$ 의 최대치를 측정하여 임피던스의 크기($|Z_C|$)를 구하라.

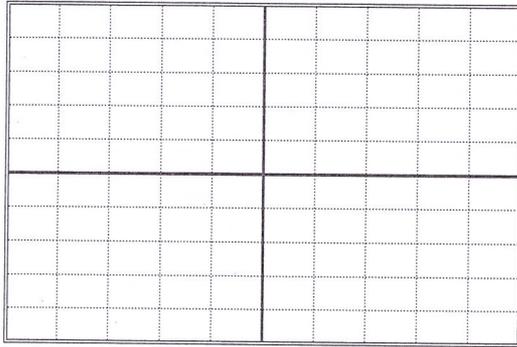
$$v(t)\text{최대치} = (\quad)V$$

$$i(t)\text{최대치} = (\quad)mA$$

$$|Z_C| = (\quad)\Omega$$

(5) 캐패시터 양단전압 $v_c(t)$ 를 CH1에 연결하고 샘플링저항 R_c 양단전압을 CH2에 연결한후 $v_c(t)$ 의 최대치를 측정하고 캐패시터 양단전압 $v_c(t)$ 와 전류 $i(t)$ 와의 위상차를 리샤쥬 도형을 이용하여 구하여라.

$$v_c(t)\text{의 최대치: } (\quad)$$



CH1 _____ V/DIV

CH2 _____ V/DIV

_____ SEC/DIV

$$\text{위상차} = (\quad)^\circ$$

■ 검토

(1) 실험 및 결과 (2)에서의 측정치를 계산치와 비교하여라.

(2) 실험 및 결과 (3)에서 측정한 위상차를 계산치와 비교하여라.

- (3) 실험 및 결과 (4)에서 측정한 임피던스의 크기를 계산치와 비교하여라.
- (4) 실험에서 측정한 임피던스의 크기와 위상차를 이용하여 회로의 R 과 C 를 구하고 실제 회로에서 사용된 소자의 값과 비교하여라.
- (5) 실험 및 결과 (5)에서 측정한 위상차를 계산치와 비교하여라.

실험 11-B RL 회로

실험제목	실험 11-B RL 회로	검인 및 평가
실험일자	년 월 일 ()	

- (1) 그림 11-7의 직렬 RL회로를 구성하고 주파수 2000Hz, 최대치가 9V인 정현파를 인가하여라. 입력전압을 CH1에 샘플링저항 R_c 양단전압을 CH2에 연결 하여라.

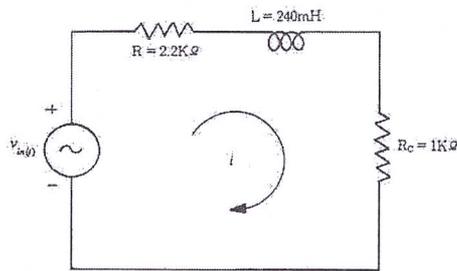


그림 11-7 RL 회로

- (2) 위 회로의 임피던스의 크기 $|Z_L|$ 을 두 가지 방법으로 구하여라.

방법 1: $v_m(t)$ 와 $i(t)$ 의 최대치 사용.

$v_m(t)$ 최대치 = () V

$i(t)$ 최대치 = () mA

$|Z_L|$ = () $K\Omega$

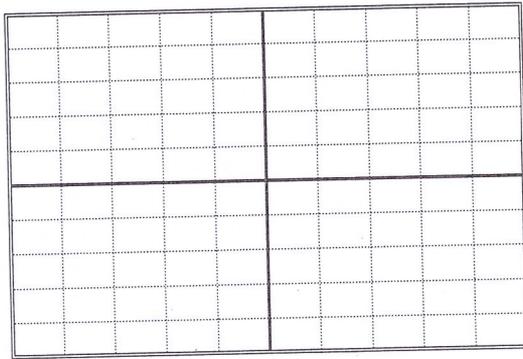
방법 2: 디지털 멀티미터를 사용하여 $v_m(t)$ 와 $i(t)$ 의 실효치를 측정하여라.

$v_m(t)$ 실효치 = () V

$i(t)$ 실효치 = () mA

$|Z_L|$ = () $K\Omega$

- (3) 입력 전압과 전류간의 위상차를 리샤주 도형을 이용하여 측정하여라.



CH1 _____ V/DIV
 CH2 _____ V/DIV
 _____ SEC/DIV

위상차 = ()°

- (4) 실험에 사용한 인덕턴스의 저항 R_L 을 디지털 멀티미터를 사용하여 측정하여라.

$R_L = ()\Omega$

■ 검토

계산치를 구할 때 회로의 전체 저항 R_T 는 $R_T = R + R_c + R_L$ 을 사용한다.

(1) $v_m(t)$ 와 $i(t)$ 의 최대치와 실효치를 계산하고 실험 및 결과 (2)의 측정치와 비교하여라.

(2) 회로 임피던스의 크기 $|Z_L|$ 을 계산하고 실험 및 결과 (2)에서 측정된 값과 비교하여라.

(3) 입력전압과 전류와의 위상차를 계산하고 실험 및 결과 (3)의 결과와 비교하여라.

실험 11-C RLC 회로

실험제목	실험 11-C RLC 회로	검인 및 평가
실험일자	년 월 일 ()	

- (1) 그림 11-8의 RLC 직렬회로를 구성하고 주파수 2000Hz, 최대치가 9V인 정현파를 인가하여라. 입력전압을 CH1에 샘플링저항 R_c 양단전압을 CH2에 연결하여라.

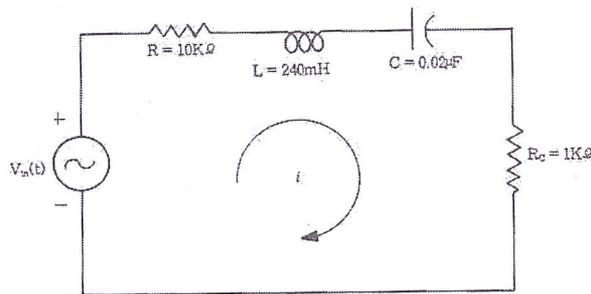
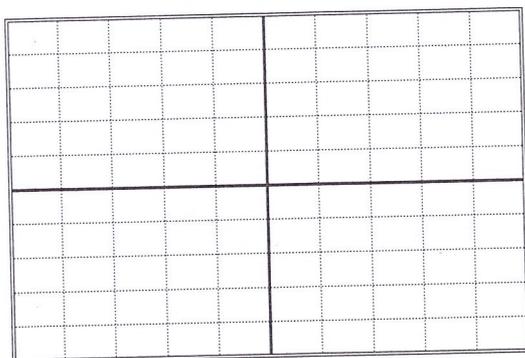


그림 11-8 RLC 직렬회로

- (2) 인가전압과 회로전류와의 위상차 θ 를 리샤쥬 도형을 이용하여 측정하라.



CH1 _____ V/DIV
 CH2 _____ V/DIV
 _____ SEC/DIV

위상차 = ()°

(3) $v_{in}(t)$ 와 $i(t)$ 의 최대치를 사용하여 임피던스 크기 $|Z|$ 를 구하라

$$v_{in}(t) \text{ 최대치} = (\quad) \text{ V}$$

$$i(t) \text{ 최대치} = (\quad) \text{ mA}$$

$$|Z| = (\quad) \text{ K}\Omega$$

(4) 입력전압의 주파수를 변화시켜 위상차가 0인 주파수를 결정하여라.

$$\text{측정 주파수} = (\quad) \text{ Hz}$$

▣ 검토

계산치를 구할 때 회로의 전체 저항 R_T 는 $R_T = R + R_c + R_L$ 을 사용한다.

(1) 입력전압과 전류와의 위상차를 계산하고 실험 및 결과 (2)의 측정치와 비교하여라.

(2) $i(t)$ 의 최대치와 임피던스의 크기를 계산하고 실험 및 결과 (3)의 측정치와 비교하여라.

(3) 위상차가 0이 되는 주파수를 계산하고 실험 및 결과 (3)의 측정치와 비교하여라.